SUPERCAM
EXPLORATION MARTIENNE

ACTIVITÉ 5

MÉCANIQUE SPATIALE

PROFESSEURS

PHYSIQUE
Terminale

OBJECTIFS

- Découvrir le voyage interplanétaire
- Découvrir la trajectoire la plus économe en carburant vers Mars
- Comprendre pourquoi un trajet vers Mars est très coûteux

COMPÉTENCES ACQUISES

- Déterminer les caractéristiques d'une orbite (ANA/REA/VAL)
- Exploiter les lois de Kepler (REA/VAL)

Introduction

Partir vers **MARS** n'a jamais été chose facile. En plus de 60 ans, sur une cinquantaine de missions envoyées vers **MARS**, une vingtaine seulement se sont soldées par un succès. Cela reste pourtant la planète du système solaire la plus facilement atteignable pour nous. Un voyage vers **MARS** est extrêmement coûteux en énergie. Il faut embarquer une masse non négligeable de carburant pour espérer arriver à destination. Pour minimiser le plus possible ce coût, les vaisseaux en route vers **MARS**, comme celui embarquant **PERSEVERANCE** (le rover de la **NASA** qui a atterri sur Mars le 18 février 2021), adoptent une "trajectoire de Hohmann", ou orbite de transfert. Cette trajectoire est celle qui coûte le moins cher en carburant parmi toutes les possibilités.

En voici un schéma simple :

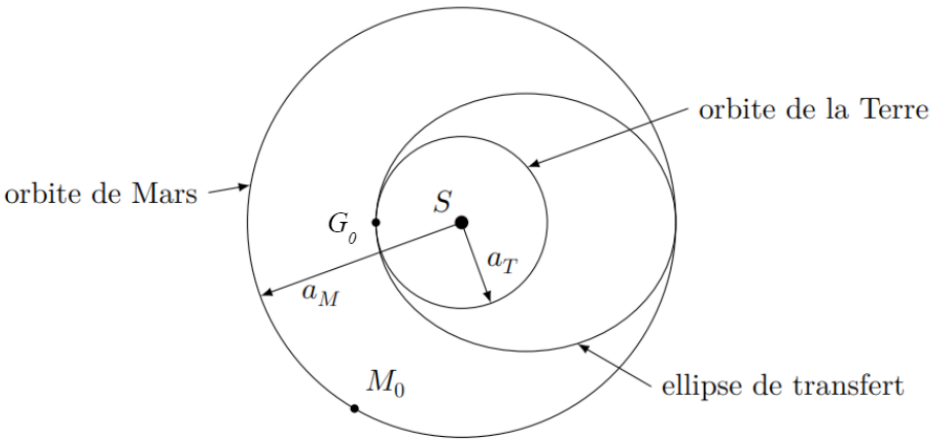


Figure 1 : L'orbite de transfert, dite de Hohmann.

Durant cette activité, nous allons tout d'abord déterminer la durée d'un voyage vers **MARS** ainsi que le moment idéal pour y aller. Ensuite, nous calculerons la masse de carburant à embarquer pour pouvoir assurer ce voyage.

DONNÉES NUMÉRIQUES

Demi-grand axe de la **TERRE** : $a_T = 1{,}50.10^8\,km$
Demi-grand axe de **MARS** : $a_M = 2{,}28.108\,km$
Constante gravitationnelle : $G = 6{,}67.10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2}$
Masse du Soleil : $M_S = 1{,}99.10^{30}\,kg$
Période de révolution de **MARS** : $T_M = 687\,j$
Période de révolution de la **TERRE** : $T_T = 365{,}25\,j$
Masse volumique du kérosène : $\rho = 800 kg.m^{-3}$

Les parties ne sont pas indépendantes.

[HENRY BURGUBURU, LOUIS KERN, WILLIAM PERRAULT ET THOMAS ESCAFFRE]

Mécanique Spatiale

Un (très) long voyage

Pour simplifier le problème, nous allons faire plusieurs hypothèses :

- **HYPOTHÈSE 1 :** Les orbites de la **TERRE** et de **MARS** sont circulaires et centrées sur le Soleil.
- **HYPOTHÈSE 2 :** La **TERRE** et **MARS** voyagent à vitesse constante dans le référentiel héliocentrique.
- **HYPOTHÈSE 3 :** Les orbites de la **TERRE** et de **MARS** sont dans le même plan.

Le Soleil n'occupe alors pas le centre de l'ellipse noté ***O*** mais un de ses foyers notés ***F*** ou ***F'*** comme illustré sur le schéma ci-dessous :

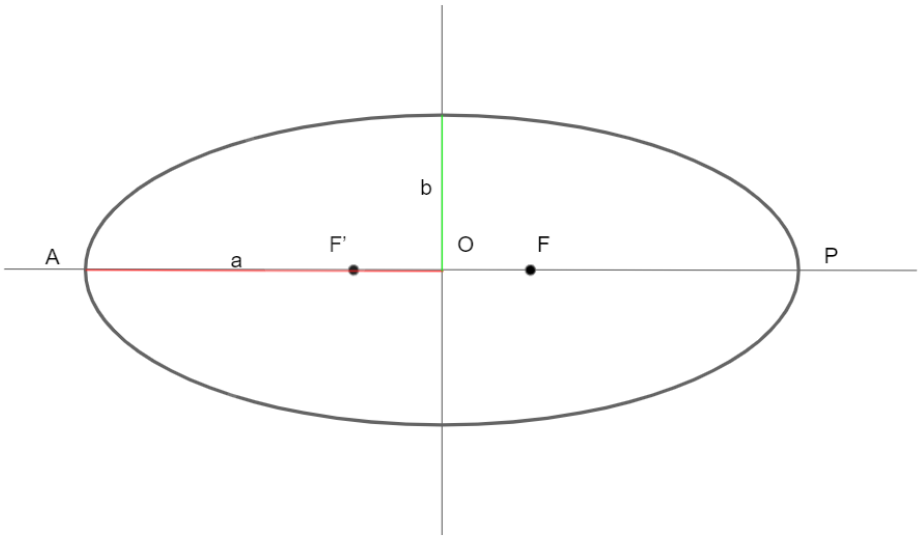


Figure 2 : Orbite elliptique.

Sur ce schéma, ***a*** est le demi grand axe qui représente la distance entre ***O*** et ***A***. ***F*** et ***F'*** sont les foyers de l'ellipse, ***O*** son centre. ***F*** est dans le cas du système solaire la position du Soleil. Le point ***A*** est l'apoastre (le point de l'orbite le plus éloigné du Soleil), et ***P*** le périastre (le plus proche). Remarque : l'orbite circulaire est le cas particulier où les foyers et le centre sont confondus, et le demi grand axe est égal au rayon de l'orbite.

Q. 1 : Déterminer le demi grand axe a de l'orbite de transfert.

RÉPONSE : On trouve $a = \frac{a_T + a_M}{2}$. Donc $a = 1{,}89.10^8 km$.

Soient G_0, G_1, M_0, M_1 les positions de la **TERRE** et de **MARS** aux instants ***0*** et ***1*** (voir figure 1). L'instant ***0*** correspond au départ de la sonde de la **TERRE**, et l'instant ***1*** à la rencontre entre la sonde et **MARS**.

Q. 2 : Où se trouve M_1 sur la figure 1 à votre avis ? En déduire en utilisant la 3e loi de Kepler la durée Δt du transfert de la TERRE à MARS (de G_0 à M_1).

R. : M_1 se trouve de l'autre côté du Soleil par rapport à G_0.
Δt représente une demi-période de l'orbite de transfert.

Δt est donnée par la formule $\Delta t = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_S}}$. On a $\Delta t = 2{,}24.10^7 s = 259j$.

Mécanique Spatiale

Q. 3 : Où est MARS au moment du lancement de PERSEVERANCE depuis la TERRE (M_0) ?
Donner pour cela l'angle $\theta = \widehat{M_0 O M_1}$.
Donner le résultat en radians, puis en degrés.
Commencez par faire un schéma similaire à la figure 1 et placez progressivement les points M_1, G_0, et M_0 dessus.

R. : Sur une période de révolution, **MARS** effectue un angle de révolution de 2π.

Sur une période de l'orbite de transfert notée T_{tr} de l'instant **0** à l'instant **1**, elle effectue donc un angle $\theta = \frac{2\pi T_{tr}}{T_M}$.
On trouve $\theta = 2{,}37 rad = 136°$.

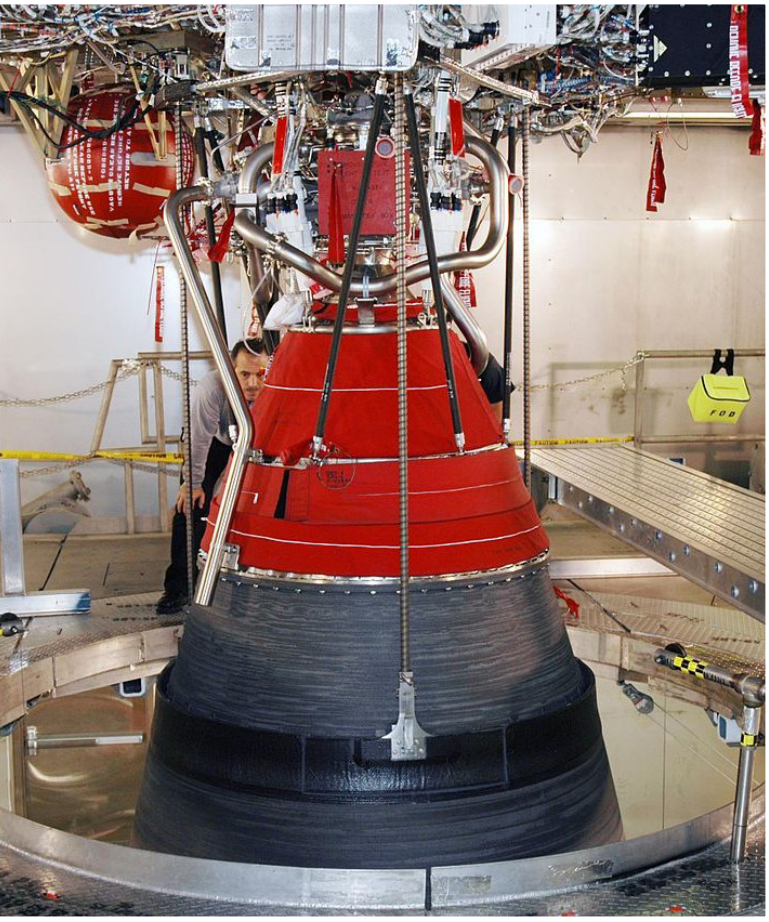


Figure 3 : Un moteur RL-10. *Source : NASA*

Les missions martiennes ne décollent pas n'importe quand. On profite de périodes que l'on appelle "fenêtres de lancement" pour lancer des sondes à destination de **MARS**. En effet, lors d'une fenêtre de lancement, le coût en carburant du voyage est minimal. Cependant, deux fenêtres sont séparées d'une période d'environ 780 jours. Plusieurs missions prévoyaient d'envoyer des sondes vers **MARS** lors de la fenêtre de juillet 2020 : **HOPE** (Emirats Arabes Unis), **TIANWEN-1** (Chine) et **PERSEVERANCE**. L'Europe avait aussi prévu d'envoyer son rover **EXOMARS** en même temps, mais à cause de problèmes techniques, elle devra patienter jusqu'en 2022.

Q. 4 : Qualitativement, pourquoi un vol habité vers MARS ne serait pas envisageable aujourd'hui ?

R. : Un voyage vers **MARS** prendrait actuellement des mois, ce qui pourrait avoir de grosses répercussions sur le corps humain, comme la fragilisation des os due à l'absence de gravité, ou encore des risques de cancer dus aux rayons cosmiques et à l'irradiation solaire présents en grande quantité dès que l'on se trouve hors de la magnétosphère terrestre.

Une fois arrivée proche de **MARS**, la sonde spatiale adopte une trajectoire de rentrée directe dans l'atmosphère, et atterrit à l'aide de la combinaison de multiples méthodes de freinage : bouclier thermique, parachute, rétrofusées. Cependant cela va au-delà du thème de ce sujet. Si vous êtes curieux, une autre activité traite ce sujet en détail.

La mission de **PERSEVERANCE** ne s'arrête pas à se poser sur **MARS** et à analyser des échantillons. Il est prévu qu'une sonde en orbite autour de **MARS** aille récupérer les échantillons lors d'un rendez-vous en orbite avec une autre sonde décollant de **MARS**. Ce rendez-vous est prévu pour 2029 environ.

Cette mission, très ambitieuse dans son ensemble, permettra d'obtenir les tout premiers échantillons de la surface de **MARS**. Nous pourrons alors peut-être trouver, qui sait, des traces d'une éventuelle vie passée ayant existée il y a quelques milliards d'années.

Mécanique Spatiale

Bilan énergétique sur le voyage de Perseverance

Comme nous le disions plus haut, il n'est pas gratuit d'aller sur **MARS**, loin de là. Déjà que la voyage dure quelques mois, il faut consommer énormément de carburant pour espérer arriver à destination. Nous allons ici estimer la masse de carburant nécessaire pour passer d'une orbite circulaire de rayon égal à celui de la **TERRE** (donc après s'être libéré de l'attraction terrestre) jusqu'à l'orbite de **HOHMANN**.

Figure 4 : La sonde spatiale transportant Perseverance.
Source : NASA

Pour se propulser sur cette orbite de transfert, la sonde spatiale utilise le moteur du deuxième étage d'une fusée Atlas V 541 (nommé RL-10) fonctionnant au carburant $\boldsymbol{LH_2/LOX}$ (combinaison de dihydrogène liquide et d'oxygène liquide). Ce moteur possède comme caractéristiques une poussée dans le vide $\boldsymbol{F_{prop} = 100kN}$ et une impulsion spécifique $\boldsymbol{I_{sp} = 450s.}$ Pour rappel, une poussée peut être considérée comme une force. L'impulsion spécifique est une grandeur représentant le temps nécessaire pour brûler un kg de carburant à une poussée de 9,81N (la force qu'exercerait la **TERRE** sur 1kg de matière). Pour créer de la poussée, on éjecte le carburant brûlé à une vitesse $\boldsymbol{v_e}$. Dans le milieu aérospatial, lorsque l'on veut changer d'orbite, on parle de vouloir appliquer un $\boldsymbol{"\Delta v"}$ sur le vaisseau. Ce $\boldsymbol{"\Delta v"}$ correspond tout simplement à la différence de vitesse à donner à la sonde pour pouvoir arriver à l'orbite voulue. On peut trouver ce $\boldsymbol{\Delta v}$ à partir de la relation $\boldsymbol{\Delta v = v_e\ ln\left(\frac{m_{plein}}{m_{vide}}\right)}$. $\boldsymbol{ln}$ est le logarithme népérien que l'on peut calculer aisément à l'aide d'une calculatrice, $\boldsymbol{m_{plein}}$ représente la masse du vaisseau avec le carburant et $\boldsymbol{m_{vide}}$ la masse du vaisseau sans le carburant tout juste consommé.

Lorsqu'une orbite est elliptique, on a tendance à mesurer son excentricité. Si $\boldsymbol{e = 0}$, l'orbite est circulaire. Si $\boldsymbol{e < 1}$, l'orbite est elliptique. Si $\boldsymbol{e = 1}$, l'orbite est parabolique. Si $\boldsymbol{e > 1}$, l'orbite est hyperbolique (*voir figure 5 ci-après*). On mesure l'excentricité d'une orbite à l'aide de son aphélie et de son périhélie :
$e = \frac{r_a - r_p}{r_a - r_p}$. L'aphélie ($\boldsymbol{r_a}$) est le point de l'orbite le plus éloigné du Soleil, et le périhélie ($\boldsymbol{r_p}$) le plus proche.

Q. 5 : À l'aide de la figure 1, déterminez l'excentricité e de l'orbite de transfert. L'orbite est-elle bien une ellipse ?

R. : L'aphélie correspond dans le cas de l'orbite de **HOHMANN** au rayon de l'orbite de **MARS**, et le périhélie au rayon de l'orbite de la **TERRE**. On trouve donc $e = \frac{a_M - a_T}{a_M - a_T}$.
Application numérique : $\boldsymbol{e = 0,206.}$
L'orbite de **HOHMANN** est bien une ellipse.

Mécanique Spatiale

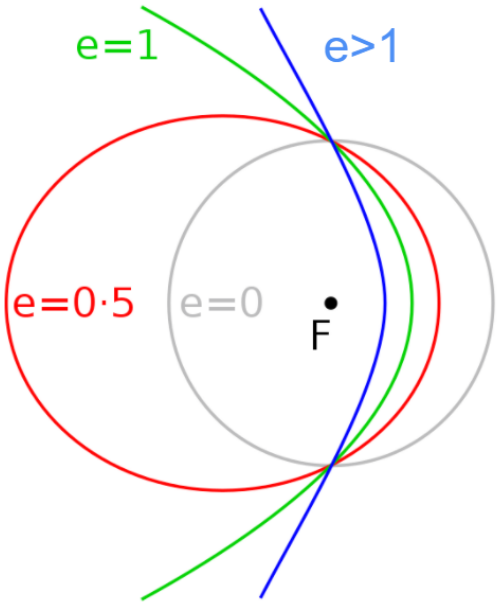
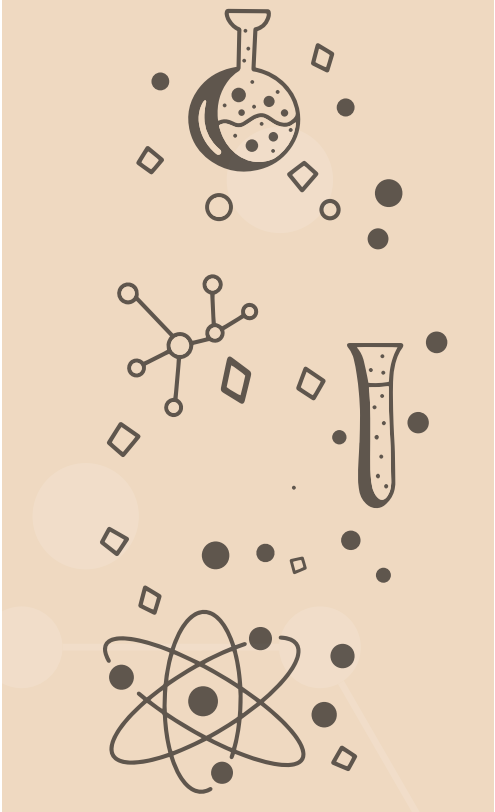


Figure 5 : Les différentes excentricités. *Source : Wikiwand*



Q. 6 : À votre avis que se passerait-il si l'on brûle assez de carburant pour que l'orbite de la sonde ait une excentricité supérieure à 1 ? Connaissez-vous une sonde spatiale dans ce cas-là ?

R. : Si l'on brûle assez de carburant pour que l'excentricité soit supérieure à 1, la sonde se sera alors libérée de l'attraction gravitationnelle du **SOLEIL**. Elle sera donc amenée à quitter le Système solaire dans le futur. C'est la cas actuellement des sondes Voyager 1 et 2 ainsi que de la sonde New Horizons.

On suppose que la sonde spatiale, de masse $m_{vide}=3\,650kg$, se trouve sur une orbite autour du **SOLEIL** de rayon a_T. On admettra la relation suivante :
$(v_0+\Delta v)\ x\ a_T = C$ avec C une constante appelée constante des aires, v_0 la vitesse de a sonde dans le référentiel héliocentrique $v_0 = 29,78\ km.s_{-1}$.

Q. 7 : À l'aide de la deuxième loi de Kepler, exprimez Δv en fonction de a, e, T_{tr}, a_T et V_0. Faites l'application numérique (voir données p.1).

R. : La deuxième loi de Kepler donne $A = CT_{tr}$, donc $C = \frac{A}{T_{tr}}$. D'où $(v_0+\Delta v)a_T = \frac{A}{T_{tr}}$, soit $\Delta v = \frac{A}{T_{tr}\,a_r} - v_0$. Or $A = \pi a^2\sqrt{1-e^2}$.

Finalement on a $\Delta v = \frac{\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{T_{tr}\,a_r} - v_0$, ce qui donne $\Delta v = 2,9 km.s^{-1}$.

Q. 8 : Exprimez $\Delta m = m_{plein} - m_{vide}$ en fonction de Δv, v_e et m_{vide}. Faites l'application numérique. Comparer avec la masse de kérosène consommée par un Airbus A320 sur un vol Paris-Toulouse sachant qu'il consomme 26,4L/passager pour 180 places. Comparer aussi aux 284 tonnes d'oxygène liquide et de kérosène raffiné que consomme le premier étage de la fusée pour décoller et se mettre en orbite.

R. : On a $\Delta v = v_e\ ln\ (\frac{m_{plein}}{m_{vide}})$. Ce qui donne $(\frac{m_{plein}}{m_{vide}}) = e^{\frac{\Delta v}{v_e}}$.

En retranchant 1 et en multipliant par m_{vide} ,on trouve $\Delta m = m_{vide} = e^{\frac{\Delta v}{v_e}}$.

Application numérique : $\Delta m = 3\,391\ kg$. Pour comparer, un vol Paris-Toulouse effectué par un A320 de 180 passagers avec une consommation de 26,4L/passager consomme 4 752 L de kérosène, soit 3 800 kg de kérosène. La sonde spatiale consomme donc un peu moins de carburant que cet avion. Cependant, cette masse d'ergol n'est rien comparée aux 284 tonnes d'oxygène liquide et de kérosène raffiné nécessaires pour se mettre en orbite.

Q. 9 : À votre avis, pourquoi consomme-t-on plus de carburant à se libérer de l'attraction terrestre que de se placer sur l'orbite de transfert depuis une orbite similaire à celle de la Terre ? Donner au moins deux causes.

R. : Comme la question l'indique, la principal facteur qui nous fait consommer plus de carburant est la gravité terrestre. Pour se libérer de son attraction, on doit appliquer un Δv de 11 km.s^{-1} ! C'est environ quatre fois le Δv nécessaire pour se placer sur l'orbite de **HOHMANN** depuis l'orbite de la **TERRE** autour du Soleil. Une autre raison est l'atmosphère terrestre, elle va freiner la fusée pendant son ascension et donc imposer à cette dernière une consommation beaucoup plus grande en carburant pour aller dans l'espace.

Mécanique Spatiale

Conclusion

Finalement, le voyage de la **TERRE** vers **MARS** dure très longtemps. Avec une telle durée, un voyage habité serait impossible avec nos moyens actuels car ce serait très dangereux pour nos astronautes. De plus la mission **MARS 2020** a consommé énormément de carburant pour arriver sur **MARS** depuis la surface de la **TERRE**. Cela est principalement dû à l'effort de libération de la sonde de l'attraction terrestre. Le passage à l'orbite de transfert depuis une orbite similaire à celle de la Terre autour du Soleil est finalement l'étape la moins consommatrice en carburant.

Données

QUELQUES RELATIONS ET LOIS UTILES :

1ère loi de Kepler : l'orbite d'une planète est une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers.

2è loi de Kepler intégrée (loi des aires) : le segment reliant le Soleil au vaisseau balaie des aires égales en des temps égaux. On en déduit une expression de l'aire balayée ***A*** en fonction de la période de l'orbite de transfert : $\boldsymbol{A = C \times T_{Tr}}$, avec ***C*** la constante de aires.

3è loi de Kepler : le carré de la période est proportionnel au cube du demi grand axe :

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_S} a^3$$

Aire d'une ellipse : $A = \pi a^2 \sqrt{1-e^2}$. ***a*** est le demi grand-axe, et ***e*** est l'excentricité.

Mécanique Spatiale

Pour aller plus loin...

Page Wikipédia de la mission Mars 2020
https://fr.wikipedia.org/wiki/Mars_20 20_(mission_spatiale)#Transit_entre_ la_Terre_et_ Mars_(juillet_2020-février_2021)

Chaîne YouTube du CNES
https://www.youtube.com/user/CNESespace

Chaînes YouTube suivant de près l'actualité spatiale. Dans l'ordre : Hugo Lisoir et Stardust – La Chaîne Air et Espace
https://www.youtube.com/channel/U CDC6DBi0kRp6Jk21xqfvFLA
https://www.youtube.com/channel/U CdL3UpiseRIvxXuORJjmqZw

Déterminez la vitesse de libération de l'attraction terrestre ainsi que l'énergie nécessaire (en supposant que le vaisseau est initialement en orbite autour de le Terre à 6400 km du noyau environ). Commencez par calculer l'énergie mécanique initiale du vaisseau.

Quelques expériences à faire chez soi ou en classe ont été mises à disposition.
https://esero.fr

Mécanique Spatiale

Quizz
de fin d'activité

➔ **Il peut y avoir plusieurs réponses par question**

1) L'orbite de Hohmann est :
A) Elliptique
B) Circulaire
C) Comprise entre l'orbite de la Terre et celle de Mars
D) L'orbite de la Terre

2) L'orbite de Hohmann est privilégiée car :
A) Le vaisseau va tout droit
B) C'est la trajectoire la plus courte
C) C'est la trajectoire la moins coûteuse en énergie
D) On peut emprunter cette trajectoire à n'importe quel moment

3) Combien vaut son demi-grand axe?
A) $2{,}28.10^8$km B) $1{,}89.10^8$km C) $1{,}50.10^8$km D) $3{,}78.10^8$km

4) Quelle est la période d'une orbite de Hohmann ?
A) 365 jours B) 518 jours C) 687 jours D) 259 jours

5) Quelle est la durée entre deux fenêtres de lancement de la Terre vers Mars ?
A) 687 jours B) 1,5 ans C) 780 jours D) 438 jours

6) Une orbite d'excentricité égale à 1 est :
A) Hyperbolique B) Parabolique C) Elliptique D) Circulaire

7) Le Δv nécessaire pour se placer en orbite de transfert vaut :
A) 100 km/h B) 300 000 km/s C) 2,9 km/s D) 30 km/s

8) Quel est l'ordre de grandeur du carburant nécessaire pour atteindre la valeur Δv avec un vaisseau de 3 650 kg (carburant exclu) ?
A) 50 kg B) 830 kg C) 3 800 kg D) 9 230 kg

Mécanique Spatiale

Synthèse

OBJECTIFS

- Découvrir le voyage interplanétaire
- Découvrir la trajectoire la plus économe en carburant vers Mars
- Comprendre pourquoi un trajet vers Mars est très coûteux

COMPÉTENCES ACQUISES

- Déterminer les caractéristiques d'une orbite (ANA/REA/VAL)
- Exploiter les lois de Kepler (REA/VAL)

Lors de cette activité, nous avons :

- Déterminé la durée du voyage de Perseverance, qui était de 259 jours.
- Trouvé la position relative de Mars par rapport à la Terre lors d'une fenêtre de lancement (44°).
- Trouvé l'excentricité de l'orbite de Hohmann (0,206).
- Déterminé la formule du Δv ($\Delta v = \frac{\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}{T_{Tr} a_T} - v_0$) puis celle de la masse de carburant nécessaire au passage d'une orbite similaire à celle de la Terre à l'orbite de Hohmann :

$$\Delta m = m_{vide}(e^{\frac{\Delta v}{v_e}} - 1)$$

Nous avons alors trouvé une masse de carburant de l'ordre de la masse de la sonde spatiale. Cela montre à quel point un voyage d'une planète à l'autre est énergivore ! Et nous n'avons même pas calculé la masse d'ergol nécessaire à s'arracher de l'attraction terrestre devant laquelle ce qu'on vient de déterminer peut paraître insignifiant !

Maquette et mise en page : Pôle multimédia CNES - 2021-216